

Facoltà di Ingegneria

Prova scritta di Fisica.....

Cognome:..... Nome:..... Data:.....

CdL/Matricola:...../..... Aula:..... Compito:.....

Per annullare la propria presenza a questa prova scrivere “RITIRATO” al rigo seguente:

.....

Modalità di svolgimento:

1. risolvere i problemi, il cui SVOLGIMENTO COMPLETO DEVE ESSERE RIPORTATO SUI FOGLI DI BELLA
2. successivamente, rispondere alle domande; alcune di esse si riferiscono ai problemi e prevedono 4 possibili risposte (tra le quali potrebbe anche non esserci quella giusta); altre domande sono in realtà affermazioni che possono essere vere o false.
3. alla fine, compilare il foglio a lettura ottica con i risultati di tutte le domande a cui si è riusciti a rispondere

Regole per lo svolgimento:

1. **indicare subito su ogni foglio Cognome, Nome, CdL, Matricola, Aula e Data e Compito.**
N.B.: Ad esempio, la matricola 06103/000527 corrisponde a C.d.L 6103 e Matr. 527 (annerire le caselle in successione, partendo dall’alto)
2. risolvere ciascun problema COMMENTANDO OPPORTUNAMENTE I PASSAGGI.
Soltanto dopo aver risolto gli esercizi, rispondere alle altre domande.
Se tra le risposte indicate non c’è quella che lo studente ritiene corretta, le caselle sul foglio ottico non vanno annerite.
3. sforzarsi di risolvere almeno un problema prima di rispondere alle “domande teoriche”, di cui occorre dare una breve spiegazione sul foglio di bella

Elementi di valutazione:

1. **i compiti non corredati da calcoli numerici (ove richiesti) o costituiti da sole formule senza commenti o spiegazioni saranno penalizzati anche a fronte di risultati esatti.**
2. la mancata corrispondenza tra quanto scritto sulla bella e quanto riportato sul foglio ottico può dar luogo all’ annullamento delle risposte, ancorché giuste.

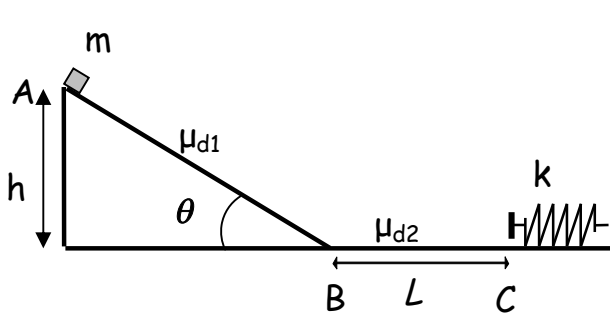
Consegna:

Mettere

1. la traccia con tutte le altre fotocopie avute
 2. il foglio a lettura ottica
 3. la brutta copia della svolgimento
- nel foglio di bella copia e consegnare in un unico plico

Facoltà di Ingegneria
Prova Scritta di Fisica I
18 Luglio 2007
Compito A

Quesito n. 1



Un punto materiale di massa m parte da fermo dal punto più alto di un piano inclinato scabro (coefficiente d'attrito μ_{d1}), alto h e con angolo θ rispetto all'orizzontale. Dopo il piano inclinato, m percorre un tratto rettilineo BC lungo L , anch'esso scabro, con coefficiente d'attrito μ_{d2} , al termine del quale è posizionata una molla (a riposo) di costante elastica k . Il tratto di piano dove è poggiata la molla è senza attrito. Calcolare la compressione della molla. Calcolare successivamente l'altezza massima rispetto al suolo raggiunta da m sul piano inclinato, quando torna indietro grazie alla spinta della molla.

Dati: $\mu_{d1}=0.2$, $\theta=30^\circ$, $h=1.5\text{m}$, $L=1\text{m}$, $\mu_{d2}=0.3$, $k=200\text{ N/m}$, $m=1\text{ Kg}$.

Rispondere quindi alle seguenti domande.

- 1) Il modulo della velocità v_B con cui il punto materiale arriva in B la prima volta:
 - a. $v_B = 4.4\text{ m/s}$ (*)
 - b. $v_B = 5.2\text{ m/s}$
 - c. $v_B = 2.8\text{ m/s}$
 - d. $v_B = 3.7\text{ m/s}$
- 2) Il modulo della velocità v_C con cui il punto materiale colpisce la molla vale:
 - a. $v_B = 4.4\text{ m/s}$
 - b. $v_B = 5.2\text{ m/s}$
 - c. $v_B = 2.8\text{ m/s}$
 - d. $v_B = 3.7\text{ m/s}$ (*)
- 3) La compressione della molla vale:
 - a. $\Delta x = 0.1\text{ m}$
 - b. $\Delta x = 0.3\text{ m}$ (*)
 - c. $\Delta x = 0.9\text{ m}$
 - d. $\Delta x = 1.2\text{ m}$
- 4) Il modulo della velocità con cui il punto materiale viene spinto indietro dalla molla è:
 - a. Uguae al modulo della velocità con cui ha colpito la molla (*)
 - b. Uguae al modulo della velocità con cui ha colpito la molla diviso per il coefficiente d'attrito
 - c. La metà al modulo della velocità con cui ha colpito la molla
 - d. Uguae al modulo della velocità con cui ha colpito la molla diviso per la costante elastica della stessa
- 5) Detta v_{B2} la velocità con cui il punto materiale passa per B la seconda volta, la massima altezza h_x raggiunta dal punto materiale vale

a.
$$h_x = \frac{v_{B2}^2}{2g(1 - \mu_{d1} \cos \theta \sin \theta)}$$

b.
$$h_x = \frac{v_{B2}^2}{2g(1 + \mu_{d1} / \tan \theta)} \quad (*)$$

c.
$$h_x = \frac{v_{B2}^2}{g(1 - \mu_{d1} \cos \theta)}$$

d.
$$h_x = \frac{v_{B2}^2}{2g(1 - \mu_{d1} / \sin \theta)}$$

Quesito n. 2

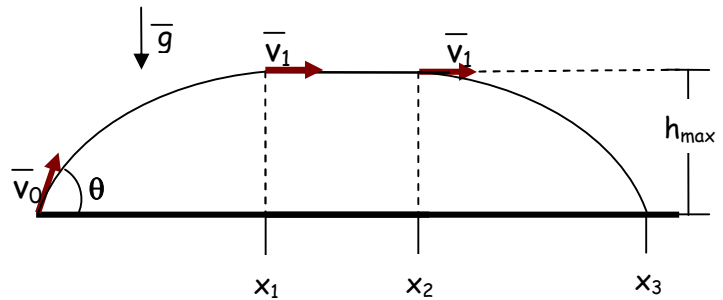
Un proiettile viene lanciato da terra con un angolo rispetto all'orizzontale pari a θ . Quando il proiettile raggiunge il punto di massima altezza entra in una zona in cui è stata simulata assenza di gravità, e quindi procede di moto rettilineo uniforme orizzontalmente per un intervallo di tempo $t_{1 \rightarrow 2}$, alla fine del quale il proiettile esce dalla zona con assenza di gravità e procede con l'usuale moto parabolico determinato dall'accelerazione di gravità.

Calcolare l'altezza massima h_{max} raggiunta dal proiettile.

Calcolare inoltre a che distanza x_3 dal punto in cui è stato lanciato, il proiettile cade al suolo.

Rispondere poi alle seguenti domande.

Dati: $v_0 = 15 \text{ m/s}$, $\theta = 60^\circ$, $t_{1 \rightarrow 2} = 10 \text{ s}$.



- 6) L'altezza massima raggiunta dalla pallina h_{max} vale:
 - a. $h_{max} = 9.9 \text{ m}$
 - b. $h_{max} = 4.3 \text{ m}$
 - c. $h_{max} = 8.6 \text{ m}$ (*)
 - d. $h_{max} = 6.2 \text{ m}$
- 7) L'ascissa x_1 del punto in cui il proiettile raggiunge la sua massima altezza vale
 - a. $x_1 = 9.9 \text{ m}$ (*)
 - b. $x_1 = 4.3 \text{ m}$
 - c. $x_1 = 8.6 \text{ m}$
 - d. $x_1 = 6.2 \text{ m}$
- 8) L'ascissa x_2 del punto in cui il proiettile esce dalla zona con assenza di gravità:
 - a. $x_2 = 91.2 \text{ m}$
 - b. $x_2 = 84.9 \text{ m}$ (*)
 - c. $x_2 = 73.1 \text{ m}$
 - d. $x_2 = 54.5 \text{ m}$
- 9) L'ascissa x_3 del punto in cui il proiettile colpisce il suolo vale:
 - a. $x_3 = 101.1 \text{ m}$
 - b. $x_3 = 83.0 \text{ m}$
 - c. $x_3 = 63.4 \text{ m}$
 - d. $x_3 = 94.8 \text{ m}$ (*)

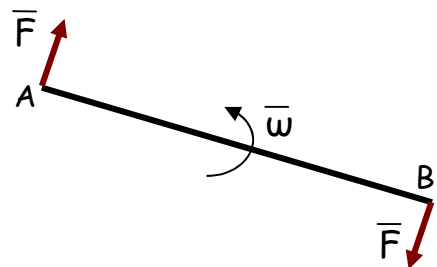
Quesito n. 3

Una sbarretta rigida di lunghezza $L=4 \text{ m}$ e massa $m=36 \text{ kg}$ sta ruotando intorno al suo centro di massa, su un piano senza attrito in senso antiorario, con velocità angolare costante $\omega=30 \text{ rad/s}$ (uscendo dal foglio).

Calcolare l'energia cinetica della sbarretta.

Se all'improvviso viene applicata una forza di modulo $F=120 \text{ N}$, all'estremo A, in verso opposto al moto e in direzione perpendicolare alla sbarretta, calcolare il modulo dell'accelerazione angolare α .

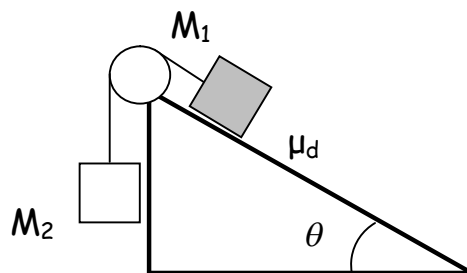
Calcolare inoltre dopo quanto tempo la sbarretta si ferma se invece si applica agli estremi A e B la coppia di forze di modulo F come indicato in figura. Rispondere successivamente alle seguenti domande.



- 10) L'energia cinetica della sbarretta vale:
 - a. $K = 10 \text{ J}$
 - b. $K = 21600 \text{ J}$ (*)
 - c. $K = 54000 \text{ J}$
 - d. $K = 1500 \text{ J}$
- 11) Il modulo dell'accelerazione angolare vale:
 - a. $\alpha = 12 \text{ rad/s}^2$
 - b. $\alpha = 1 \text{ rad/s}^2$
 - c. $\alpha = 8 \text{ rad/s}^2$
 - d. $\alpha = 5 \text{ rad/s}^2$ (*)
- 12) Il tempo impiegato dalla sbarretta per fermarsi, se la coppia di forze F è applicata, vale
 - a. $t = 3 \text{ s}$ (*)
 - b. $t = 17 \text{ s}$
 - c. $t = 29 \text{ s}$
 - d. $t = 8 \text{ s}$

Quesito 4

Due masse M_1 e M_2 sono collegate da un filo inestensibile e privo di massa. Il piano inclinato è scabro con coefficiente di attrito μ_d . Calcolare l'accelerazione delle masse nel caso in cui la carrucola è ideale, e nel caso in cui invece la carrucola è un cilindro pieno, di massa M_3 e raggio R . Rispondere quindi alle seguenti domande.



$M_1=1\text{Kg}$, $M_2=2\text{Kg}$, $M_3=3\text{ Kg}$, $R=20\text{ cm}$, $\mu_d=0.5$, $\theta=30^\circ$

13) L'accelerazione di M_1 , nel caso in cui la carrucola è ideale, vale in modulo:

- a. $a = 12.1\text{ m/s}^2$
- b. $a = 15.8\text{ m/s}^2$
- c. $a = 6.3\text{ m/s}^2$
- d. $a = 3.4\text{ m/s}^2$ (*)

14) La tensione del filo nel caso in cui la carrucola è ideale vale:

- a. $T = 7.0\text{ N}$
- b. $T = 14.0\text{ N}$
- c. $T = 3.2\text{ N}$
- d. $T = 9.6\text{ N}$

15) La tensione T_1 nel caso in cui la carrucola ha massa M_3 e raggio R vale:

- a. $T_1 = 8.2\text{ N}$
- b. $T_1 = 10.7\text{ N}$
- c. $T_1 = 16.1\text{ N}$
- d. $T_1 = 4.9\text{ N}$

16) La tensione T_2 nel caso in cui la carrucola ha massa M_3 e raggio R vale:

- a. $T_2 = 11.2\text{ N}$
- b. $T_2 = 7.5\text{ N}$
- c. $T_2 = 3.1\text{ N}$
- d. $T_2 = 15.2\text{ N}$ (*)

17) L'accelerazione angolare della carrucola di massa M_3 vale in modulo:

- a. $\alpha = 12\text{ rad/s}^2$ (*)
- b. $\alpha = 45\text{ rad/s}^2$
- c. $\alpha = 82\text{ rad/s}^2$
- d. $\alpha = 21\text{ rad/s}^2$

Altre domande

18) Se la risultante di due vettori è nulla, i due vettori

- a. sono uguali, ma hanno punto di applicazione diverso
- b. hanno modulo e verso uguali, ma direzione diversa
- c. hanno modulo e direzione uguali, ma verso opposto (*)
- d. hanno verso e direzione uguali, ma modulo diverso

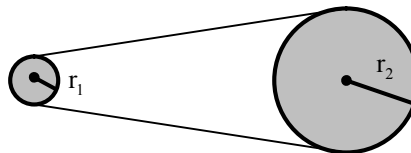
19) L'asse z intorno a cui ruota un corpo rigido è un asse principale di inerzia del corpo. Con ovvio significato dei simboli vale la relazione (\vec{P} =quantità di moto, \vec{L} =momento angolare, \vec{M} =momento della forza, E_c =momento della forza, $\vec{\omega}$ =velocità angolare, $\vec{\alpha}$ =velocità angolare)

- a. $\vec{P} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
- b. $M = I_z \omega$
- c. $E_c = I_z \alpha^2$
- d. $\vec{L} = I_z \vec{\omega}$ (*)

20) Due ruote uguali A e B hanno la stessa energia cinetica; A sta ruotando intorno ad un asse fisso passante per il suo CM, B sta invece rotolando (puro rotolamento) su un piano

- a. la ruota A ha velocità angolare maggiore di B (*)
- b. la ruota B ha velocità angolare maggiore di A
- c. le due ruote hanno velocità angolari uguali
- d. le due ruote hanno velocità angolari nulle

- 21) Un blocco scivola su un piano scabro. La forza di attrito compie
- un lavoro nullo, se il piano è orizzontale
 - un lavoro positivo se il piano è inclinato e il blocco si muove verso il basso
 - un lavoro positivo se il piano è inclinato e il blocco si muove verso l'alto
 - un lavoro negativo, in tutti i casi (*)
- 22) Dato un sistema di particelle, la variazione della sua energia cinetica è uguale
- al lavoro delle forze interne
 - al lavoro delle forze esterne
 - al lavoro delle forze interne ed esterne (*)
 - alla variazione dell'energia cinetica del centro di massa
- 23) In presenza di forze di attrito, l'energia meccanica di un sistema di particelle che evolve da una configurazione iniziale A ad una configurazione finale B
- rimane costante ($E_A = E_B$)
 - diminuisce ($E_A > E_B$) (*)
 - aumenta ($E_A < E_B$)
 - raddoppia ($E_B = 2E_A$)
- 24) Una ruota omogenea ha massa M, raggio R e momento d'inerzia I rispetto all'asse passante per il suo CM. Se la ruota compie un moto di puro rotolamento, con il CM che si sposta con velocità di modulo v_{CM} , l'energia cinetica della ruota risulta
- $\frac{1}{2} M v_{CM}^2$
 - $\frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} \frac{I}{R^2} v_{CM}^2$ (*)
 - $\frac{1}{2} \frac{I}{R^2} v_{CM}^2$
 - $\frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I v_{CM}^2$
- 25) Il periodo di oscillazione di un pendolo semplice non dipende
- dall'ampiezza dell'oscillazione (*)
 - dalla lunghezza del filo
 - dalla massa del pendolo
 - dall'accelerazione di gravità
- 26) Su due corpi diversi agiscono forze uguali. Si può affermare che le accelerazioni prodotte sono
- uguali
 - direttamente proporzionali alle masse
 - direttamente proporzionali al quadrato delle masse
 - inversamente proporzionali alle masse (*)
- 27) La figura rappresenta due carrucole di raggi r_1 ed r_2 collegate da una cinghia che non scivola su di esse. Se la carrucola di raggio r_1 ha accelerazione angolare α_1 , l'accelerazione angolare dell'altra carrucola vale



- $\alpha_2 = \frac{r_2}{r_1} \alpha_1$
 - $\alpha_2 = \frac{r_1}{r_2} \alpha_1$ (*)
 - $\alpha_2 = \frac{r_1}{r_1 + r_2} \alpha_1$
 - $\alpha_2 = \frac{r_1 + r_2}{r_2} \alpha_1$
- 28) Un disco orizzontale gira intorno al proprio asse con velocità angolare costante $\vec{\omega}$. Ad un certo istante un piccolo frammento di massa m cade verticalmente sul disco e si attacca alla superficie di esso. Il modulo della velocità angolare del disco:
- raddoppia
 - rimane invariato
 - diminuisce (*)
 - aumenta

29) Un punto materiale si muove di moto rettilineo lungo l'asse x con velocità $v = kt$ con $k = 2 \frac{m}{s^2}$ e t in secondi.

Al tempo $t = 0$ s, il punto materiale si trova nella posizione $x_0 = x(t=0) = 10m$; al tempo $t = 2s$ il punto materiale si trova nella posizione

- a. $x = 8m$
- b. $x = 10m$
- c. $x = 12m$
- d. $x = 14m$ (*)

30) Siano \vec{a} e \vec{b} due vettori e sia θ l'angolo tra di essi. Il modulo della somma vale

- a. $\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}$
- b. $\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$ (*)
- c. $\sqrt{a^2 + b^2}$
- d. $a + b$

Domande di Acustica per Ing. Edile-Architettura

31) Quale e' sbagliato ?

- a. $L_w = 10 \text{ Log}(W / W_0)$
- b. $L_I = 10 \text{ Log}(I / I_0)$
- c. $L_p = 10 \text{ Log}(P / P_0)$ (*)
- d. nessuno

32) Al fattore di direttività $Q=8$ corrisponde una emissione in:

- a. un semispazio
- b. un quadrante
- c. un sestante
- d. un ottante (*)

33) La formula $L_p = L_w + 10 \text{ Log}(Q) - 20 \text{ Log}(r) - 11 \text{ dB}$ e' valida:

- a. in ambiente esterno (*)
- b. in ambiente anecoico
- c. in ambiente interno
- d. e' sbagliata

34) Nell'acustica architettonica si usa prevalentemente la curva di ponderazione:

- a. A (*)
- b. B
- c. C
- d. D

35) Il tempo di riverbero, secondo Sabine, e' pari a:

- a. $T = 0.16 \text{ Vol} / \text{Assorb}$ (*)
- b. $T = 0.16 \text{ Assorb} / \text{Vol}$
- c. $T = 0.16 \text{ Vol}^2 / \text{Riflessione}$
- d. nessuna delle precedenti

36) La formula $L_p = L_w + 10 \text{ Log}\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R_L}\right)$ e' valida:

- a. in ambiente esterno
- b. in ambiente anecoico
- c. in ambiente interno (*)
- d. e' sbagliata

37) L'intensita' sonora e' proporzionale a:

- a. pressione
- b. quadrato della pressione (*)
- c. campo elettrostatico
- d. cubo della potenza

38) Per la presenza di componenti tonali in una emissione sonora la normativa prevede una penalizzazione del livello di pressione di:

- a. - 3 dBC

- b. +3 dBA (*)
 c. +5 dB
 d. 0 dBA
- 39) Le curve isofoniche evidenziano una maggiore sensibilità dell'orecchio umano nell'intervallo:
 a. 2-20 Hz
 b. 100-500 Hz
 c. 2-5 KHz (*)
 d. 15-20 KHz
- 40) Ricordando che i valori di riferimento sono: $p_0 = 20 \mu\text{Pa} = 2 \times 10^{-5} \text{ Pa}$, $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$, quanto vale il livello di intensità sonora corrispondente ad una intensità di 1 W/m^2 ?
 a. 10 dB
 b. 100 dB
 c. 120 dB (*)
 d. 12 dB

SOLUZIONI

Quesito 1

$\mu_{d1}=0.2$, $\theta=30^\circ$, $h=1.5\text{ m}$, $L=1\text{ m}$, $\mu_{d2}=0.3$, $k=200 \text{ N/m}$, $m=1 \text{ Kg}$

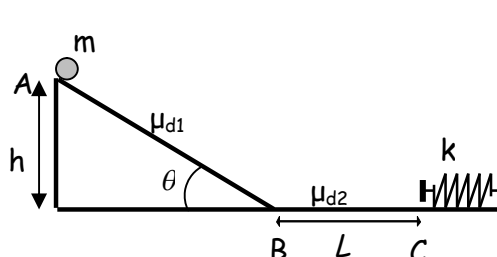
Il moto del punto materiale si svolge sotto l'azione della forza gravitazionale e di quella d'attrito (non conservativa), per cui possiamo scrivere:

A \rightarrow B

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - mgh = -mg \cos \theta \mu_{d1} h / \sin \theta$$

Da cui:

$$v_B = \sqrt{2gh - 2gh\mu_{d1} \cos \theta / \sin \theta} = 4.4 \text{ m/s}$$



Il punto materiale percorre poi il tratto rettilineo con coefficiente d'attrito μ_{d2} , con velocità iniziale v_B quindi:

B \rightarrow C

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -mg\mu_{d2}L$$

$$v_C = \sqrt{v_B^2 - 2g\mu_{d2}L} = 3.7 \text{ m/s}$$

Con questa velocità m colpisce la molla che si comprime. Essendo in gioco una forza conservativa, vale:

$$\frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

Da cui ricaviamo la compressione della molla:

$$\Delta x = v_C \sqrt{\frac{m}{K}} = 0.3 \text{ m}$$

Il punto materiale quindi torna indietro con velocità iniziale uguale a quella con cui ha colpito la molla:

C \rightarrow B

$$\frac{1}{2}mv_{B2}^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 = -mg\mu_{d2}L$$

$$v_{B2} = \sqrt{v_C^2 - 2g\mu_{d2}L} = 2.8 \text{ m/s}$$

B→A

$$mgh_x - \frac{1}{2}mv_{B2}^2 = -mg \cos \theta \mu_{d1} h_x / \sin \theta$$

$$h_x = \frac{v_{B2}^2}{2g(1 + \mu_{d1} \cos \theta / \sin \theta)} = 0.3 \text{ m}$$

Quesito n. 2

Sia $v_0 = 15 \text{ m/s}$, $\theta = 60^\circ$, $t_{1 \rightarrow 2} = 10 \text{ s}$

$x_0 = 0 \rightarrow x_1$

Il proiettile si muove secondo le ben note equazioni del moto:

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \cos \theta \\ y(t) = v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

L'altezza massima si ottiene imponendo che la componente y della velocità sia nulla:

$$v_y(t = t^*) = \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=t^*} = 0 = v_0 \sin \theta - g t^*$$

$$t^* = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$$

Il tempo t^* sarà il tempo che il proiettile impiega a raggiungere l'altezza massima. Possiamo quindi scrivere:

$$y(t = t^*) = h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} = 8.6 \text{ m}$$

$$x(t = t^*) = x_1 = \frac{v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{2g} = 9.9 \text{ m}$$

$x_1 \rightarrow x_2$

Da x_1 a x_2 , il moto è rettilineo uniforme con velocità $v_1 = v_0 \cos \theta$, quindi:

$$\begin{cases} x(t) = x_1 + v_1 t \\ y = h_{\max} \end{cases}$$

$$x(t = t_{1 \rightarrow 2}) = x_2 = x_1 + v_1 t_{1 \rightarrow 2}$$

$$x_2 = x_1 + v_0 \cos \theta t_{1 \rightarrow 2} = 84.9 \text{ m}$$

$x_2 \rightarrow x_3$

Da x_2 a x_3 , il moto è nuovamente quello di un proiettile con velocità iniziale v_1 diretta lungo x :

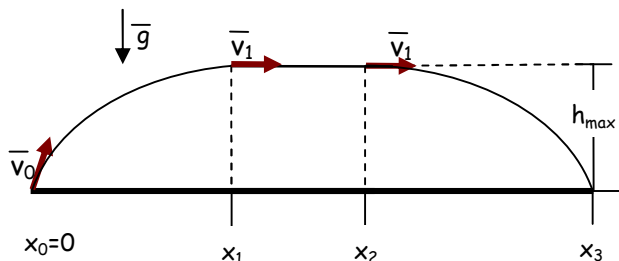
$$\begin{cases} x(t) = x_2 + v_1 t \\ y(t) = h_{\max} - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Ricaviamo dalla seconda equazione il tempo di caduta e lo sostituiamo nella prima:

$$y(t = \bar{t}) = 0 = h_{\max} - \frac{1}{2} g \bar{t}^2$$

$$\bar{t} = \sqrt{\frac{2h_{\max}}{g}}$$

$$x(t = \bar{t}) = x_3 = x_2 + v_1 \bar{t} = x_2 + v_1 \sqrt{\frac{2h_{\max}}{g}} = 94.8 \text{ m}$$



Alternativamente si può osservare che l'intervallo x2-x3 deve essere uguale all'intervallo 0-x1, quindi otteniamo $x_3 = 2x_1 + v_1 t_{1-2}$

Quesito n. 3

Quando la sbarretta è in rotazione, la sua energia cinetica è semplicemente:

$$E_C = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 = 21600 \text{ J}$$

Quando viene applicata la forza F all'estremo A, scegliendo come polo il centro di massa, possiamo scrivere:

$$\vec{r} \times \vec{F} = I_{CM} \vec{\alpha}$$

Proiettando su un asse uscente dal foglio abbiamo:

$$-\frac{L}{2} F = I_{CM} \alpha_1 \quad \text{Da cui:} \quad \alpha_1 = -\frac{L}{2} \frac{F}{I_{CM}} = -5 \text{ rad/s}^2$$

Quando la forza F è applicata ad entrambi gli estremi, l'equazione precedente si riscrive:

$$\vec{r}_A \times \vec{F} + \vec{r}_B \times \vec{F} = I_{CM} \vec{\alpha}$$

Proiettando nuovamente su un asse con verso uscente dal foglio, otteniamo:

$$-\frac{L}{2} F - \frac{L}{2} F = I_{CM} \alpha_2 \quad \text{Da cui:} \quad \alpha_2 = -L \frac{F}{I_{CM}} = -10 \text{ rad/s}^2$$

(integrando questa relazione) Possiamo quindi scrivere l'equazione per la velocità angolare:

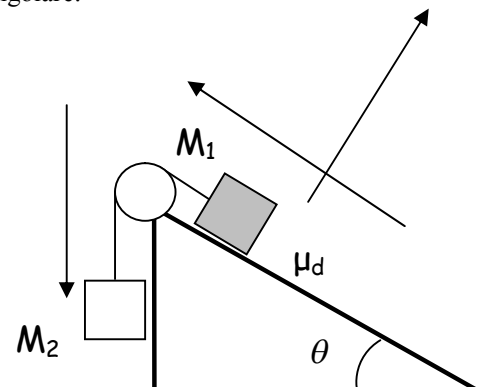
$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha_2 t$$

$$\omega(t = t_x) = 0 = \omega_0 + \alpha_2 t_x$$

$$t_x = \frac{\omega_0}{L \frac{F}{I_{CM}}} = \frac{I_{CM} \omega_0}{L F} = 3 \text{ s}$$

Quesito n. 4

Consideriamo dapprima il caso in cui la carrucola sia priva di massa.



Scriviamo l'equazione del moto per le due masse, scegliendo come sistema di assi quello in figura:

$$\begin{cases} -M_1 g \sin \theta + T - F_a = M_1 a \\ N - M_1 g \cos \theta = 0 \end{cases}$$

$$M_2 g - T = M_2 a$$

Sommando membro a membro la seconda e la terza equazione e ricordando che $F_a = \mu_d N$ si ottiene l'accelerazione:

$$a = \frac{-M_1 g \sin \theta + M_2 g - \mu_d M_1 g \cos \theta}{M_1 + M_2} = 3.5 \text{ m/s}^2$$

La tensione T in questo caso si ricava semplicemente dalla terza equazione:

$$T = M_2 g - M_2 a = M_2 (g - a) = 2(9.8 - 3.5) = 12.7 \text{ N}$$

Nel caso di carrucola dotata di massa, alle equazioni del moto precedenti si aggiunge quella per la carrucola:

$$M_1 : \begin{cases} -M_1 g \sin \theta + T_1 - F_a = M_1 a \\ N - M_1 g \cos \theta = 0 \end{cases}$$

$$M_2 : M_2 g - T_2 = M_2 a$$

$$M_3 : -T_1 R + T_2 R = I_{CM} \alpha$$

Dove la terza equazione è proiettata lungo un asse uscente dal foglio.

Ricavando T_1 e T_2 rispettivamente dalla seconda e dalla terza e sostituendole nella quarta, ricordando inoltre che il filo non slitta sulla carrucola e dunque $a = \alpha R$, avremo:

$$-M_1 g \sin \theta - \mu_d M_1 g \cos \theta - M_1 a + M_2 g - M_2 a = \frac{I_{CM}}{R} \frac{a}{R}$$

Da cui essendo $I_{CM} = \frac{1}{2} M_3 R^2$:

$$a = \frac{-M_1 g \sin \theta - \mu_d M_1 g \cos \theta + M_2 g}{M_1 + M_2 + \frac{1}{2} M_3} = 2.3 \text{ m/s}^2$$

Le tensioni quindi valgono:

$$T_1 = M_1 g \sin \theta + \mu_d M_1 g \cos \theta + M_1 a = 11.4 \text{ N}$$

$$T_2 = M_2 g - M_2 a = 15.0 \text{ N}$$

L'accelerazione angolare è:

$$\alpha = \frac{a}{R} = 11.5 \text{ rad/s}^2$$